1 Grundlagen

Dispersionsrelation

Als Dispersionsrelation wird der Zusammenhang zwischen Teilcheneigenschaften (Frequenz) und Welleneigenschaften (Wellenlänge) bezeichnet. Dieser ist gegeben durch:

$$c = \lambda \cdot f$$

Dabei ist c die Ausbreitungsgeschwindigkeit. Diese wirkt als Koppelgröße.

Phasenverschiebung und Gangunterschied

Sind zwei Wellen zueinander verschoben, kann diese Verschiebung durch die Phasendifferenz δ oder den Gangunterschied Δs angegeben werden.

2 Interferenz

Bei Überlagerung zwei oder mehrerer räumlich und zeitlich unbegrenzter Wellen gleicher Frequenz, tritt Interferenz ein. Das resultierende Superpositionsbild ist je nach Phasenlage bzgl. der Intensität verstärkt oder geschwächt. Die Gesamtintensität ist nicht gleich der Summe der Einzelintensitäten. Sie ergibt sich durch:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\cos\delta$$

Dabei ist $2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\cos\delta$ das Interferenzglied mit der Phasenverschiebung δ.

Konstruktive Interferenz

Konstruktive Interferenz tritt auf, wenn Wellenberge auf Wellenberge treffen. Die Intensitäten verstärken sich gegenseitig, die gemeinsame Intensität erreicht ein Maximum. Dies tritt ein bei:

$$\delta = 2k \cdot \pi$$

Destruktive Interferenz

Destruktive Interferenz tritt auf, wenn Wellenberg auf Wellental treffen. Die Intensitäten verringern sich gegenseitig, die gemeinsame Intensität erreicht ein Minimum. Dies tritt ein bei:

$$\delta = (2k + 1) \cdot \pi$$

3 Kohärenz

Folgen Wellen im dynamischen Verlauf einer gemeinsamen festen Regel, dann liegt Kohärenz vor. Dabei werden zeitlich und räumlich begrenzte Wellenzüge mit der *Kohärenzlänge* l und der *Kohärenzzeit* τ betrachtet.

Kohärenzbedingung

Für punktförmige Lichtquellen lassen sich folgende Bedingungen formulieren:

- Hinreichende Überlappung im Beobachtungsgebiet nötig, die Wegdifferenz muss kleiner als die Kohärenzlänge sein.

- Phasendifferenz darf sich zeitlich nicht ändern, Lage der Interferenz muss konstant bleiben.
- Eine punkförmige Lichtquelle liegt nur dann vor, wenn der Öffnungswinkel innerhalb von $2\alpha_k$ liegt und der räumliche Interferenzbedingung genügt.

Die räumliche Interferenzbedingung ergibt sich durch:

$$sin\alpha_k \ll \frac{\lambda}{2y}$$

wobei y die lineare Ausdehnung beschreibt.

Kohärenzlänge und Kohärenzzeit

Die Kohärenzlänge ergibt sich über:

$$L_k = \frac{1}{2\Delta k} \approx \frac{\lambda_0^2}{4\pi\Delta\lambda}$$

Die Kohärenzzeit wird anhand der Kohärenzlänge und mit der Lichtgeschwindigkeit bestimmt über:

$$\Delta t = \frac{L_k}{c_0}$$

4 Beugung

Einfachspalt

Trifft eine Lichtwelle auf einen *Einfachspalt*, so kommt es zur Beugung an diesem. Hinter dem Spalt bildet sich nach dem *Huygenschen Prinzip* eine neue Wellenfront. Die Elementarwellen hinter dem Spalt breiten sich in alle Richtungen gleichmäßig aus und überlagern sich. Dabei kommt es zu konstruktiver Interferenz (Maxima) und destruktiven Interferenz (Minima).

Für den Winkel θ_n des n-ten Hauptmaximums mit der Spaltbreite b gilt:

$$b \cdot \sin(\theta_n) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$$

Für die Hauptminima ergibt sich:

$$b \cdot \sin(\theta_n) = n \cdot \lambda$$

Doppelspalt

Am *Doppelspalt* entstehen durch Beugung zwei kohärente Punktlichtquellen. Sie haben die gleiche Frequenz, sowie die gleiche Phasenbeziehung. Hinter dem Doppelspalt kommt es dann zur Überlagerung beider Wellen. Auf dem Schirm wird ein Intensitätsmuster sichtbar. Je nach Phasenfaktor entstehen dabei konstruktive und destruktive Interferenzen.

Doppelspaltversuch:

Wobei α der Winkel zur Beobachtungsrichtung, h der Abstand zwischen den Spalten, x der Abstand zwischen Doppelspalt und Schirm und y der Abstand zum Beobachtungspunkt P ist.

Durch konstruktive Interferenz (Maxima auf dem Schirm) kommt es, wenn die Phasendifferenz ein Vielfaches von λ ist:

$$\phi = 2\pi n = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (d_1 - d_2)$$

Durch destruktive Interferenz (Minima auf dem Schirm) kommt es, wenn die Phasendifferenz ein Vielfaches von $\frac{1}{2}\lambda$ ist:

$$\frac{1}{2}(2n-1) \cdot \lambda = d_1 - d_2$$

Für die Position der Minima und Maxima kann $\sin(\alpha)$ bestimmt werden:

$$\sin(\alpha) = \frac{n\lambda}{h} = \frac{y}{x}$$

Die Intensität I auf dem Schirm in Abhängigkeit von der Intensität I_0 an den Spalten ergibt sich je nach Fall über:

Doppelspalt mit sehr schmalen gleichbreiten Einzelspalten:

$$I = 4I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

Doppelspalt mit endlich breiten Einzelspalten mit $\delta' = \frac{2\pi b \sin(\alpha)}{\lambda}$:

$$I = 4I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\delta'}{2}\right)}{\left(\frac{\delta'}{2}\right)^2} \cdot \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

5 Gitter

Tansmissionsgitter

Es wird eine ebene, monochromatische Lichtwelle, die senkrecht auf ein *Transmissionsgitter* trifft, betrachtet. Das Gitter weist insgesamt N beleuchtete Spalten auf, die voneinander den Abstand g haben.

Bei $\phi = 0$ ist das Licht bei jedem Spalt in Phase, und die Welle hat am Schirm die Amplitude NA_0. Die Interferenzmaxima treten bei Winkeln ϕ_{max} (mit $m = 0, 1, 2, ...$) auf, für diese gilt:

$$g \cdot \sin(\phi_{max}) = m \cdot \lambda$$

Beugung am Transmissionsgitter:

Die Position der Interferenzmaxima am Schirm hängen nicht von der Anzahl der Spalten/Quellen ab. Diese beeinflussen jedoch die Intensität und schärfe der Maxima.

Die Interferenzminima treten bei Winkeln ϕ_{min} auf, für die gilt:

$$N \cdot g \cdot \sin(\phi_{min}) = \lambda$$

Die Verteilung der Intensität ergibt sich über:

$$I = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\delta'}{2}\right)}{\left(\frac{\delta'}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{N \cdot \delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)^2}$$

Reflexionsgitter

In *Reflexionsgittern* haben Elementarwellen für bestimmte Winkel und Wellenlängen in benachbarten Bereichen (z. B. Steg und Lücke eines Kastenprofils) einen Gangunterschied von einem ganzzahlig Vielfachen der Wellenlänge. Dies führt zu konstruktiver Interferenz. Reflexionsgitter sind im Allgemeinen effizienter als Transmissionsgitter, weil im Idealfall die gesamte Strahlungsleistung – abzüglich des Reflexionsverlusts und eventueller Abschattungsverluste – zur gebeugten Leistung beiträgt.

Beugung am Reflexionsgitter:

Die Phasenverschiebung δ ergibt sich durch:

$$\delta = 2\pi \cdot \frac{g}{\lambda} \cdot (\sin\alpha - \sin\beta)$$

Dabei ist α der Einfallswinkel (Lichtquelle) und β der Austrittswinkel (Beobachtungsebene) in Bezug zur Normalen des Gitters. g ist die Gitterkonstante.

Die bei einem Reflexionsgitter mit vielen Spalten beobachtbaren Hauptmaxima der Intensitätsverteilung liegen bei:

$$\sin(\beta_{max,k}) = \sin(\alpha) - \frac{k \cdot \lambda}{g}$$

6 Beugungsintegral

Das *Beugungsintegral* ermöglicht es die Beugung von Licht durch eine beliebig geformte Blende zu berechnen. Speziell wird dabei die an einem Punkt des Beobachtungsschirms auftreffende Intensität des Lichtes berechnet. Dabei wird von einer einfallenden Elementarwelle und der Blendenfunktion ausgegangen, die die Lichtdurchlässigkeit der Blende beschreibt. Zwei Grenzfälle des Beugungsintegrals sind die Näherungen für das *Fernfeld* (Fraunhofer-Beugung) und für das *Nahfeld* (Fresnel-Beugung).

Fraunhoferbeugung

Die *Fraunhofer-Näherung* entspricht einer *Fernfeld*-Näherung. Die Blendenöffnung wird als klein und die Entfernung des Beobachtungsschirms L als groß angenommen. Als Beugungsintegral ergibt sich dabei im Wesentlichen gerade die Fourier-Transformierte der Blendenfunktion. Deshalb spricht man im Rahmen der Fraunhofer-Beugung auch von der *Fourier-Optik*.

Fresnelbeugung

Die *Fresnel-Näherung* entspricht einer *Nahfeld*-Näherung. Hier werden auch quadratische Terme im Exponenten berücksichtigt. Das Beugungsintegral hat dann nicht mehr die einfache Form einer Fourier-Transformierten und ist im Allgemeinen nur numerisch lösbar.

7 Lichtlaser

Laser unterscheiden sich von anderen Lichtquellen v.a. durch (1) hohe Intensität, (2) sehr enger Frequenzbereich (im Idealfall monochromatisches Licht), (3) scharfe Bündelung des Strahls und (4) große Kohärenzlänge in der Größenordnung von 1m.

Aufbau eines Lasers:

Ein Laser besteht aus drei Bestandteilen:

1. **Aktives Medium** (Lasermedium): Ein Medium, bei dem durch Anregung die Energieniveaus der Elektronen wechseln. Photonen werden ausgesendet.
2. **Pumpe**: Durch "heineinpumpen" von Energie wird das aktive Medium aus seinem thermodynamischem Gleichgewicht gebracht. Es entsteht eine Besetzungsinversion, höhere Energieniveaus werden besetzt. Durch Stimulation mittels eines Photons, fällt das Elektron wieder zurück und ein Photon mit identischer Eigenschaft wird ausgesendet (*stimulierte Emission*). Nach einmaliger Aktivierung entsteht eine Kettenreaktion.
3. **Resonator** (Modenselektor): Im Resonator wird das erzeugte Licht zwischen zwei Spiegeln oft hin und her reflektiert. Es entsteht eine stehende Welle durch Interferenz, sofern die Länge des Resonators ein Vielfaches der halben Wellenlänge beträgt. Der Resonator ermöglicht die hohe Kohärenz und das nahezu monochromatische Licht.

He-Ne-Laser

Bei einem *Helium-Neon-Laser* wird das Helium für das Pumpen benötigt, während das Neon als aktives Medium wirkt. Zwischen zwei Elektroden findet eine Gasentladung statt, dabei fließt ein Strom durch das Gas, welches ionisiert wird. Der angeregte Zustand der Helium-Atome führt zu Stößen, bei denen die Energie auf die Neon-Atome übertragen wird, wobei dort eine Besetzungsinversion statt findet. Photonen können abgegeben und im Resonator konzentriert werden.

Aufbau eines He-Ne-Lasers:

Das emittierte Licht hat eine Wellenlängen von 632,816 nm und erscheint damit rot. Die Kohärenzlänge einfacher Laser liegt im Bereich der Resonatorlänge, meist bei ca. 20 cm bis 30 cm.

8 Gesetz von Malus

Gelangt linear polarisiertes Licht durch einen idealen Polarisator, so ändert sich die Intensität I_0 vor dem Polarisator zu einer Intensität I nach der Polarisierung des Lichts. Das *Gesetz von Malus* gibt den Zusammenhang dieser Intensitäten in Abhängigkeit vom Polarisationswinkel α an:

$$I = I_0 \cdot \sin^2(\alpha)$$

Bei einem Polfilter wird die übrige Intensität absorbiert, bei einem polarisierenden Strahlteiler reflektiert.

9 CCD-Sensor

Ein CCD-Sensor (Charge Coupled Devic) ist ein "ladungsgekoppeltes Bauelement", welches aus einem ein- oder zweidimensionalem Array von Speicherelementen besteht. Verwendung finden sie hauptsächlich als digitaler Bildsensor für u. a. Videokameras, Scanner und digitale Fotoapparate.

Ladungsentstehung in einer Sensorzelle

Ein CCD-Sensor absorbiert Lichtstrahlen (Photonen) im dotierten Siliziumkristall und erzeugen dort elektrische Ladungen (Photoeffekt). Die Ladungen werden in einem Potentialtopf gesammelt. Dieser speichert die Ladungen ähnlich eines Kondensators. Die Ladungsportionen werden anschließend schrittweise verschoben. Bei jedem Verschiebevorgang kommt das jeweils letzte Ladungspaket am Ausgangsgate an. Dort befindet sich ein Auswerteverstärker, der die enthaltene Ladung erfasst, in eine proportionale Spannung umsetzt und über eine Reset-Diode abfließen lässt.

Spektrale Empfindlichkeit

Die spektrale Empfindlichkeit eines CCD Sensors unterscheidet sich von der des menschlichen Auges. Damit die Bilder (z. B. einer Kamera) dem menschlichen Auge natürlich wirken, muss der Spektralbereich durch Filter angepasst wird. V. a in technischen Anwendungen ist diese Eigenschaft oft nicht wichtig. Das breitere CCD-Empfindlichkeitsspektrum kann genutzt werden, um z. B. den Infrarotbereich für Überwachungskameras zu nutzen. Auch in der industriellen Bildverarbeitung wird mit IR-Beleuchtungen gearbeitet, u. a. um über Tageslichtsperrfilter vor dem Sensor Fremdlichteinflüsse zu minimieren.

10 Fourier-Transformation

Die *kontinuierliche Fourier-Transformation* ist eine Methode der Fourier-Analyse. Sie ermöglicht es kontinuierliche, aperiodische Signale in ein kontinuierliches Spektrum zu zerlegen.

Definition

Die (kontinuierliche) Fourier-Transformierte $F(f)$ von f ist definiert durch:

$$F(f)(t) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \cdot \int_{\Re_n} f(x) e^{-it\cdot x} dx$$

Frequenzspektrum

Frequenzspektren stellen die Anteile unterschiedlicher Frequenzen eines Signals dar. Dabei wird die Amplitude in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt.

Aus dem Verlauf (Amplitude in Abhängigkeit der Zeit), kann sowohl das Spektrum (Frequenz in Abhängigkeit der Zeit), als auch der resultierende Verlauf (sofern mehrere Schwingungen überlagert sind) angegeben werden.